

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران  
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۹-۱۳۹۸

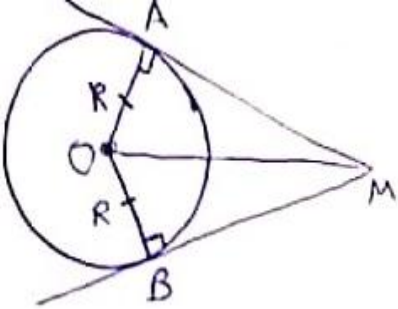
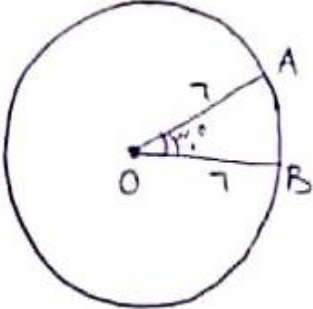
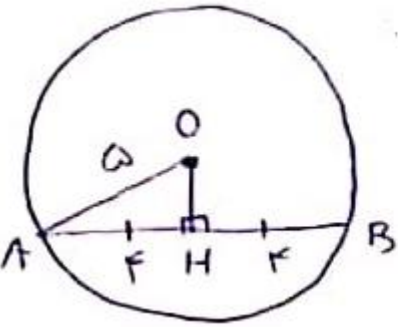
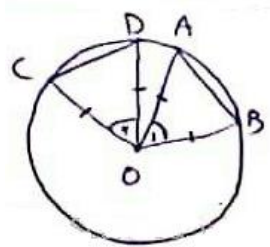
نام درس: هندسه یازدهم  
 نام دبیر: فرزاد زمانی نژاد  
 ساعت امتحان: ۸۰ : ۰۰ : ۰۰ / صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

نمره به عدد:	نمره به حروف:		محل مهر و امضا: مدیر
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	
نام دبیر:		تاریخ و امضا:	نام دبیر:
ردیف	سؤالات		
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید: الف) وتر دایره      ب) زاویه مرکزی      ج) زاویه محاطی      د) زاویه ظلّی		
۲	از نقطه M خارج یک دایره، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کرده ایم. ثابت کنید $MA=MB$ .		
۳	در دایره به شعاع ۶ واحد، طول کمان و مساحت قطاع ۳۰ درجه را بیابید.		
۴	در دایره به شعاع ۵ واحد، وترى به طول ۸ واحد رسم شده است. فاصله مرکز دایره از این وتر را بیابید.		
۵	ثابت کنید اگر دو کمان از دایره ای برابر باشند، وترهای نظیر آن ها هم برابرند.		
۶	ثابت کنید در هر دایره، کمان های محصور بین دو وتر موازی، برابرند.		
۱/۵	<p>در شکل زیر، قطر AB و وتر CD موازی اند و زاویه M قائمه است. اندازه کمان CD را بیابید.</p> 		
۱	<p>در شکل زیر مقادیر x و y را بیابید.</p> 		
۱/۵	وضعیت های دو دایره نسبت به هم را با رسم شکل بیان کنید.		
۲	طول خط المרכזین دو دایره، ۱۰ واحد است. اگر طول مماس مشترک های خارجی و داخلی آن به ترتیب $2\sqrt{21}$ و ۶ واحد باشند، طول شعاع های دایره ها را بیابید.		
۱/۵	در یک دایره وتر CD به طول ۱۳ واحد، وتر AB به طول ۱۵ واحد را در نقطه M قطع و آن را به نسبت یک به چهار تقسیم کرده است. طول CM و DM را بیابید.		

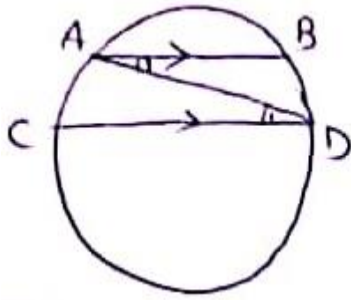
۱۲	مثلی به اضلاع ۷ و ۹ و ۱۰ مفروض است. طول قطعاتی که دایره محاطی داخلی این مثلث روی ضلع بزرگ ترمی سازد را بیابید.	۱/۵
۱۳	در مثلث دلخواه ABC، ثابت کنید: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$	۱
۱۴	ثابت کنید عمود منصف هر ضلع مثلث و نیمساز زاویه ی روبرو به آن ضلع، در نقطه ای روی دایره محیطی مثلث، متقاطع اند.	۱/۵
۱۵	ثابت کنید در چهارضلعی محیطی، مجموع اضلاع روبرو، با هم برابر است.	۱/۵
۱۶	ثابت کنید در چهارضلعی محاطی، زاویه های روبرو، مکمل اند.	۱
صفحه ی ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح رشته ریاضی	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	<p>الف) پاره خطی است که دو نقطه از محیط دایره را به هم وصل کند.  ب) زاویه ای است که راس آن، مرکز دایره است.  ج) زاویه ای است که راس آن روی محیط دایره و اضلاع آن، وترهایی از دایره اند.  د) زاویه ایست که راس آن روی محیط دایره، یک ضلع آن وتر و ضلع دیگر آن مماس بر دایره است.</p>	محل مهر یا امضاء مدیر
۲	<p>می دانیم خط مماس، بر شعاع تماس عمود است، بنابراین:</p>  $\left. \begin{array}{l} OM = OM \\ OA = OB \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAM \cong \triangle OBM \Rightarrow AM = BM$ <p style="text-align: center;">(دو ضلع ضلع)</p>	
۳	 $AB \text{ طول کمان} = \frac{136^\circ}{360^\circ} (2\pi \times 7) = \frac{1}{14} (14\pi) = \pi$ $OAB \text{ مساحت قطاع} = \frac{136^\circ}{360^\circ} \left( \pi \times 7^2 \right) = \frac{1}{14} (36\pi) = 3\pi$	
۴	<p>عمود OH را بر وتر رسم می کنیم پس <math>HB = AH = 4</math> و داریم:</p>  $\triangle OHA : \text{ضلع وترس} \Rightarrow OH^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow OH = 3$	
۵	<p>فرض کنیم <math>AB = CD</math> سپس زاویه مرکزی <math>O_1</math> و <math>O_2</math> باهم برابرند:</p>  $\left. \begin{array}{l} OB = OD \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OA = OC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \Rightarrow AB = CD$ <p style="text-align: center;">(متضام)</p>	

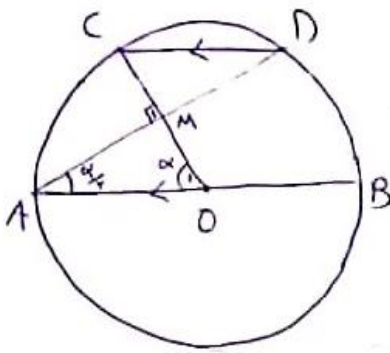
فرض کنیم AB موازی با CD باشد، بنابراین:



$$(AB \parallel CD) \text{ و } (AD \text{ وتر مشترک}) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow \frac{1}{r} \widehat{BD} = \frac{1}{r} \widehat{AC} \\ \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{AC}$$

۶

فرض کنیم  $O_1 = \alpha$  بنابراین  $\widehat{AC} = \alpha$  و داریم:



$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{AC} = \alpha \Rightarrow \hat{A} = \frac{1}{r} \alpha \\ \text{است } \angle OAM \text{ زاویه خارجی } \hat{A}_1 \Rightarrow 90^\circ = \alpha + \frac{\alpha}{r} \Rightarrow \frac{r+1}{r} \alpha = 90^\circ \\ \Rightarrow \alpha = \frac{r}{r+1} \times 90^\circ = 60^\circ$$

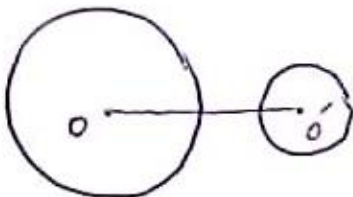
۷

با توجه به شکل داریم:

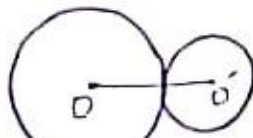
$$\begin{cases} \frac{90+y}{r} = 50^\circ \\ \frac{90-y}{r} = 30^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} 90 = 80^\circ \text{ و } y = 20^\circ$$

۸

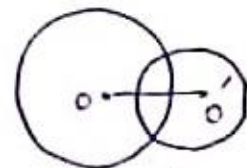
دو دایره نسبت به هم، شش وضعیت دارند:



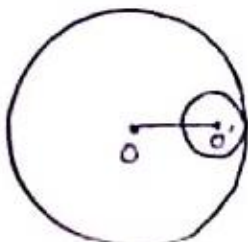
مقاطع  $(d > R + R')$



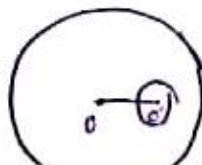
محاس خارج  $(d = R + R')$



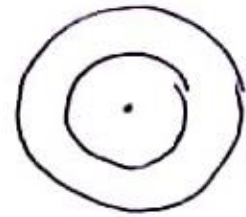
مقاطع  $(|R - R'| < d < R + R')$



محاس داخل  $(d = |R - R'|)$



مداخل  $(d < |R - R'|)$



هم مرکز  $(d = 0)$

۹

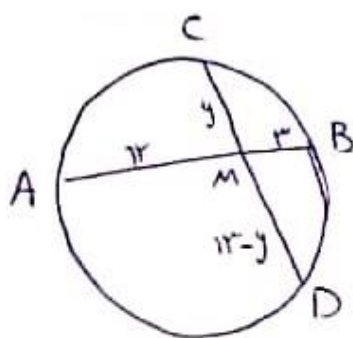
$$\sqrt{d^2 - (R - R')^2} = 2\sqrt{21} \Rightarrow 100 - (R - R')^2 = 14^2 \Rightarrow (R - R')^2 = 16$$

$$\Rightarrow R - R' = 4 \quad (*)$$

۱۰

$$\sqrt{d^2 - (R + R')^2} = 7 \Rightarrow 100 - (R + R')^2 = 7^2 \Rightarrow (R + R')^2 = 7^2$$

$$\Rightarrow R + R' = 7 \quad (**) \Rightarrow \begin{cases} R - R' = 4 \\ R + R' = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 7 \\ R' = 4 \end{cases}$$

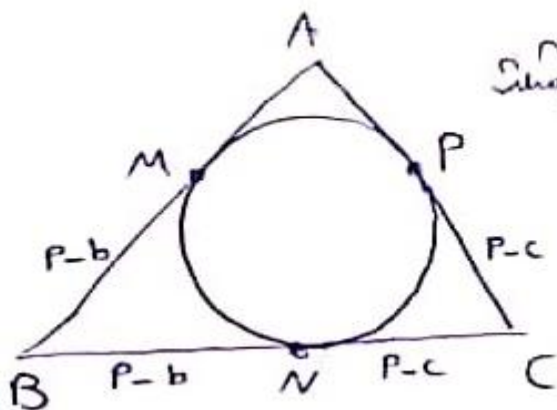
فرض کنیم  $AM = 4X$  و  $MB = X$  بنابراین:

$4x + x = 15 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow AM = 12, MB = 3$   
 حال آنکه  $CM = y$  و  $MD = 13 - y$  و طبق روابط دایره ای، داریم:

$$y(13 - y) = 3 \times 12 \Rightarrow y^2 - 13y + 36 = 0 \Rightarrow$$

$$(y - 4)(y - 9) = 0 \Rightarrow y = 4 \text{ یا } y = 9 \Rightarrow CM = 4, MD = 9$$

۱۱

فرض کنیم  $BC = 10, AB = 9, AC = 7$  بنابراین:

$$\sum \frac{1}{r_a} = \frac{1}{P} = \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} = \frac{1}{13} \Rightarrow P = 13$$

$$BM = P - b = 13 - 7 = 6$$

$$CN = P - c = 13 - 9 = 4$$

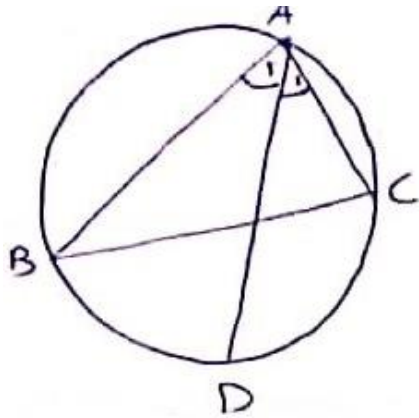
۱۲

$$r_a = \frac{S}{P - a}, \quad r_b = \frac{S}{P - b}, \quad r_c = \frac{S}{P - c} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{P - a}{S} + \frac{P - b}{S} + \frac{P - c}{S} = \frac{3P - (a + b + c)}{S} = \frac{P}{S} = \frac{1}{r}$$

۱۳

فرض کنیم  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است، بنابراین:

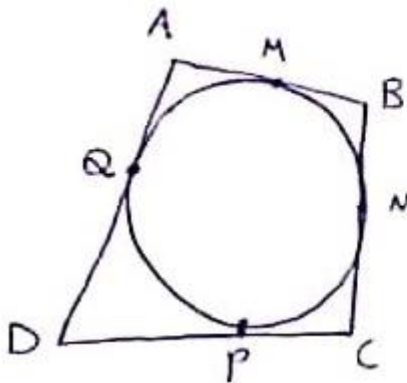


$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{1}{r} \widehat{CD} = \frac{1}{r} \widehat{BD} \Rightarrow \widehat{CD} = \widehat{BD}$$

$$\Rightarrow CD = BD \Rightarrow D \text{ روی عمود منصف } BC \text{ واقع است}$$

۱۴

می دانیم مماس های رسم شده از یک نقطه بر دایره، برابرند پس:



$$AB + CD = AM + MB + CP + PD$$

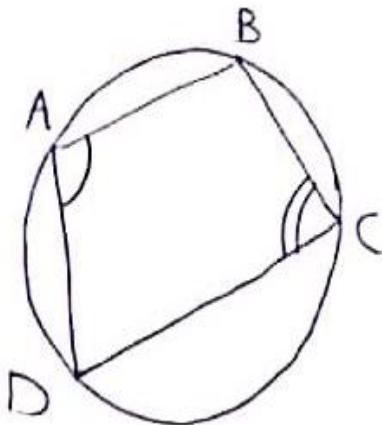
$$= AQ + BN + CN + DQ$$

$$= (AQ + DQ) + (BN + CN)$$

$$= AD + BC$$

۱۵

فرض کنیم چهارضلعی  $ABCD$  محاطی است، بنابراین:



$$\hat{A} = \frac{1}{r} \widehat{BCD}, \quad \hat{C} = \frac{1}{r} \widehat{BAD} \Rightarrow$$

$$\hat{A} + \hat{C} = \frac{1}{r} (\widehat{BCD} + \widehat{BAD}) = \frac{1}{r} (360^\circ) = 180^\circ$$

$$\text{به روش مشابه} \Rightarrow \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

۱۶

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ نمره